

INTRODUZIONE



sul libro: capitolo
4.1, 4.2, 4.3, 4.4

Muoversi sul cilindro in modo virtuale

❑ **Prerequisiti :**

Avere già svolto le schede 1 e 2 sul cilindro, e quindi avere idea

- di che cos'è una *geodetica* sul cilindro
- della corrispondenza fra punti della superficie cilindrica e punti dei ricoprimenti

❑ **Obiettivi :**

Riflettere sul problema della corrispondenza fra punti del cilindro e punti dei suoi ricoprimenti; comprendere che i tratti di elica sul cilindro corrispondono a segmenti sul ricoprimento disteso. Intuire la possibilità di lavorare sui due livelli (superficie cilindrica/superficie piana dei ricoprimenti) a seconda del problema da affrontare.

❑ **Tempi : 2 ore**

❑ **Materiali / strumenti:**

Cilindri di varie dimensioni; cordini o fili di lana colorati, strisce di carta; spilli; fogli trasparenti; pennarelli da lucido, nastro adesivo, forbici.

Computer con il software Cabri II Plus; file Cabri [cil rico](#), [geod div](#), [cil rico1](#)

La scheda serve anche come supporto per gli appunti

❑ **Modalità di lavoro degli studenti:**

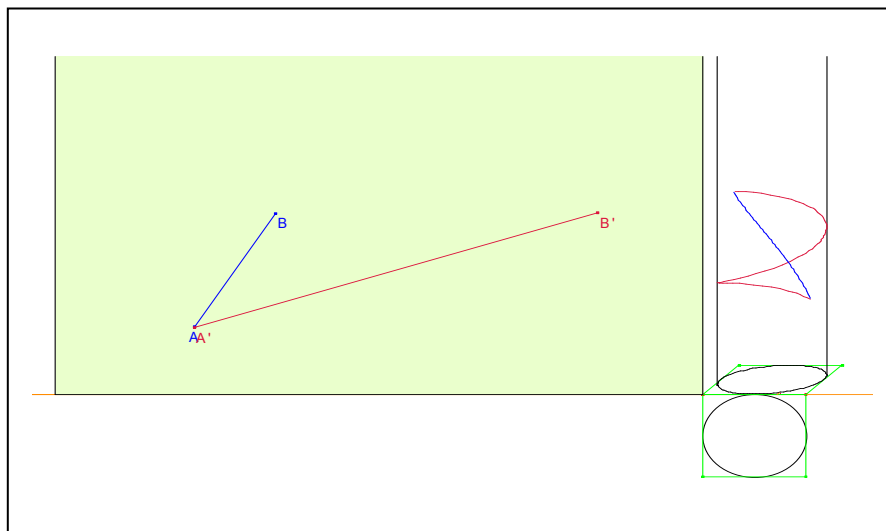
Lavoro di gruppo / discussione guidata dall'insegnante

❑ **Modalità di lavoro dei docenti:**

Gli insegnanti devono gestire in due ore di lezione due momenti diversi, un fase di lavoro di gruppo nella quale devono "incoraggiare" gli studenti nella concettualizzazione seguendo la scheda, senza suggerire le risposte e una fase di discussione guidata nella quale favoriscono i commenti dei ragazzi e guidano alla sistemazione teorica dei concetti emersi.

COMMENTI E INDICAZIONI

Nella terza attività gli studenti usano il modello virtuale di superficie cilindrica appositamente elaborato con Cabri Géomètre II Plus: sulla medesima pagina essi possono tracciare un segmento sul piano dei (due) ricoprimenti e vedere contemporaneamente la corrispondente geodetica che si sviluppa sulla superficie cilindrica. In alternativa, muovendo un punto sulla superficie cilindrica, si ha contemporaneamente la visualizzazione del percorso sul piano dei ricoprimenti. Le immagini virtuali completano pertanto il processo astrattivo di concettualizzazione che si è avviato con il materiale concreto.



Nei file di Cabri è attraverso il movimento del mouse che si tracciano linee, si ‘cammina’ sulla superficie del cilindro.

Alla traccia lasciata dal mouse sul piano dei ricoprimenti corrisponde automaticamente una linea sulla superficie cilindrica. Gli allievi devono imparare a

- prefigurarsi l'immagine sulla superficie cilindrica della linea tracciata sui ricoprimenti
- ‘leggere’ la figura che si ottiene sul cilindro nella sua rappresentazione *assonometria*.

Sono possibili ulteriori e diversi sviluppi, ad esempio l'attenzione alla pendenza delle eliche e l'introduzione di un sistema di riferimento cartesiano, con un software opportuno. In esso si potranno descrivere analiticamente le varie geodetiche ([LIBRO cap. 4.5 Approfondimento](#)).

Muoversi sul cilindro in modo virtuale

Che tipi di 'curve' sono le geodetiche sul cilindro?

La scheda 3 ripropone le questioni della scheda precedente, sostituendo alla manipolazione degli avvolgimenti sul cilindro un'esplorazione virtuale con un software di geometria dinamica.

Nei file di Cabri che sono stati predisposti è attraverso il movimento del mouse che si tracciano linee, si 'cammina' sulla superficie del cilindro.

Alla traccia lasciata dal mouse sul piano dei ricoprimenti corrisponde automaticamente una linea sulla superficie cilindrica. Gli allievi devono imparare a

- ☐ *prefigurarsi l'immagine sulla superficie cilindrica della linea tracciata sui ricoprimenti*
- ☐ *'leggere' la figura che si ottiene sul cilindro nella sua rappresentazione assonometrica.*

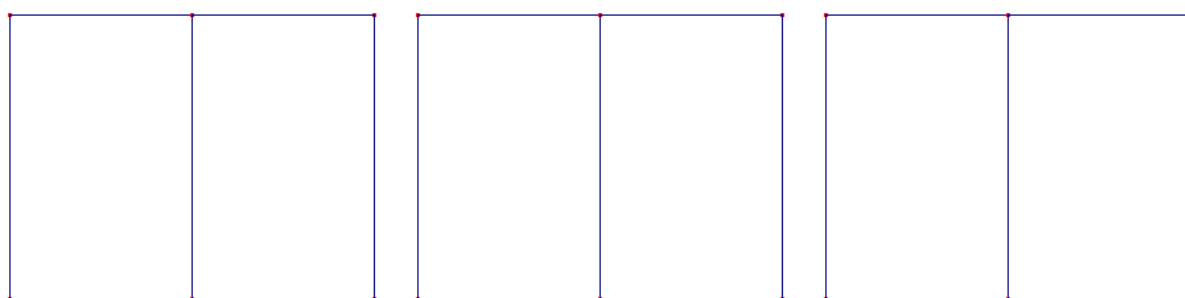
Immaginate di disegnare un segmento su un foglio trasparente che poi avvolgerete intorno a un cilindro. Nel file [cil_rico](#) potete simulare a sinistra il disegno sul piano del foglio, e a destra l'avvolgimento corrispondente sul cilindro. Tenete presente che il foglio di sinistra riporta due ricoprimenti (naturalmente voi potrete disegnare un segmento su un solo ricoprimento ...).

Aprirete il file [cil_rico](#). Esplorate come appare sulla superficie cilindrica una linea che avete disegnato, prima su un solo ricoprimento, poi trasversalmente a entrambi i ricoprimenti del cilindro. Muovete gli estremi del segmento sul piano dei ricoprimenti; come dovete posizionare il segmento in modo che l'immagine sul cilindro sia una circonferenza o un arco di circonferenza?

.....
E una retta?

.....
Un'elica?

.....
Potete riportare i disegni dei segmenti nelle figure sottostanti che rappresentano i due ricoprimenti.



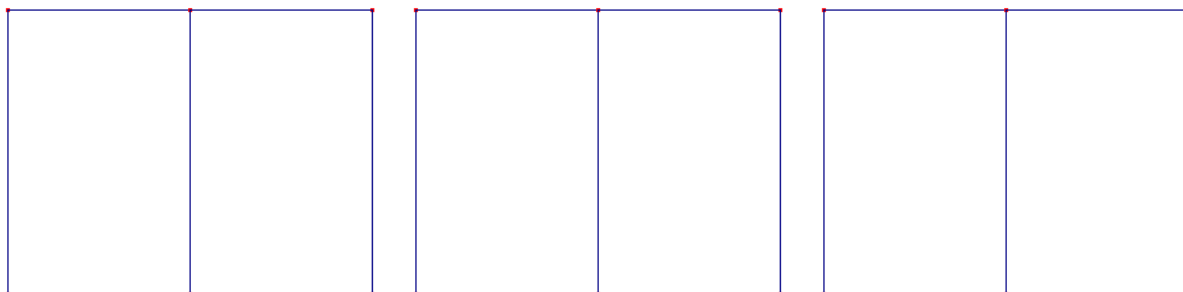
Gli allievi devono investire in questa situazione virtuale le esperienze precedenti: si otterrà un arco di circonferenza se i due punti sono alla stessa quota, una retta se i punti stanno sulla stessa generatrice, un'elica nelle altre situazioni.

Indagate sulla posizione dell'elica al variare della pendenza del segmento: fissate il primo estremo del segmento nel vertice in basso del primo ricoprimento; muovete il secondo estremo in modo da avere un segmento inclinato di 30° , di 45° , di 60° rispetto all'orizzontale, e controllate la posizione dell'elica corrispondente.

Quante geodetiche fra due punti riuscite a disegnare partendo da due soli ricoprimenti?

Indicando con A e B i punti sulla superficie cilindrica, con A_1 e B_1 i punti corrispondenti sul primo ricoprimento e con A_2 e B_2 i punti corrispondenti sul secondo ricoprimento si avranno le seguenti possibilità: $A_1 B_1$, $A_1 B_2$, $A_2 B_1$. Osservare che $A_2 B_2$ sul cilindro si sovrappone ad $A_1 B_1$

Aprirete ora il file [geod_div](#) : sulla parte sinistra dello schermo, che rappresenta il piano dei due ricoprimenti, appaiono due segmenti AB ed $A'B'$ la cui immagine è riportata sul cilindro nella parte destra dello schermo. Muovendo gli estremi dei due segmenti fate in modo che, sulla superficie cilindrica, l'immagine di A si sovrapponga all'immagine di A' , l'immagine di B si sovrapponga all'immagine di B' . Osservate come si dispongono i segmenti di elica sul cilindro. C'è un unico modo per ottenere la sovrapposizione degli estremi dei due segmenti? Riportate qui sotto come devono essere i due segmenti sul piano dei ricoprimenti per fare sì che gli estremi corrispondenti sul cilindro siano sovrapposti.



Presi A e B sul primo ricoprimento, si ha sovrapposizione tenendo A come estremo fisso e prendendo B' alla stessa quota di B e tale che la distanza BB' sia pari alla lunghezza della circonferenza di base del cilindro. Con questo stesso criterio applicato al punto A si ottengono le varie possibilità.

Infine, nel file [cil_rico1](#) potete tracciare liberamente una linea su un piano e vedere qual è la sua immagine nell'avvolgere il piano al cilindro (sempre con due ricoprimenti).

Alla luce delle esperienze che avete fatto sino a ora, rispondete alle domande seguenti:

- E' possibile stabilire una corrispondenza fra i punti di una superficie cilindrica e i punti di un foglio piano che lo avvolge con un ricoprimento? Se sì, si tratta di una corrispondenza biunivoca?

Un solo ricoprimento ammette corrispondenza biunivoca, purché del foglio piano si consideri uno solo dei bordi che si accostano per formare la superficie cilindrica.

- E' ancora possibile stabilire una corrispondenza fra i punti di una superficie cilindrica e i punti di un foglio piano che lo avvolge con n ricoprimenti? Se sì, di che tipo di corrispondenza si tratta? (uno – uno, uno – molti, molti – uno ...)?

C'è ancora corrispondenza, ma non più biunivoca. Si tratta di una corrispondenza uno – molti.

- Quanti modi ci sono per congiungere due punti di un cilindro con una geodetica?

Come fare per costruire geodetiche sul cilindro?

.....
Non c'è un unico modo.

Anziché disegnare direttamente sul cilindro, si possono utilizzare i ricoprimenti. Segnati sui ricoprimenti i punti corrispondenti a quelli sul cilindro, basterà tracciare i segmenti su ricoprimenti; successivamente avvolgere al cilindro i ricoprimenti e ricalcare i cammini su di esso.

CONCLUSIONI

CHE COSA SO ORA
PAROLE CHIAVE Vedi Schede 1 e 2